# ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΓΕΡΙΟΥ


**2024-2025**

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

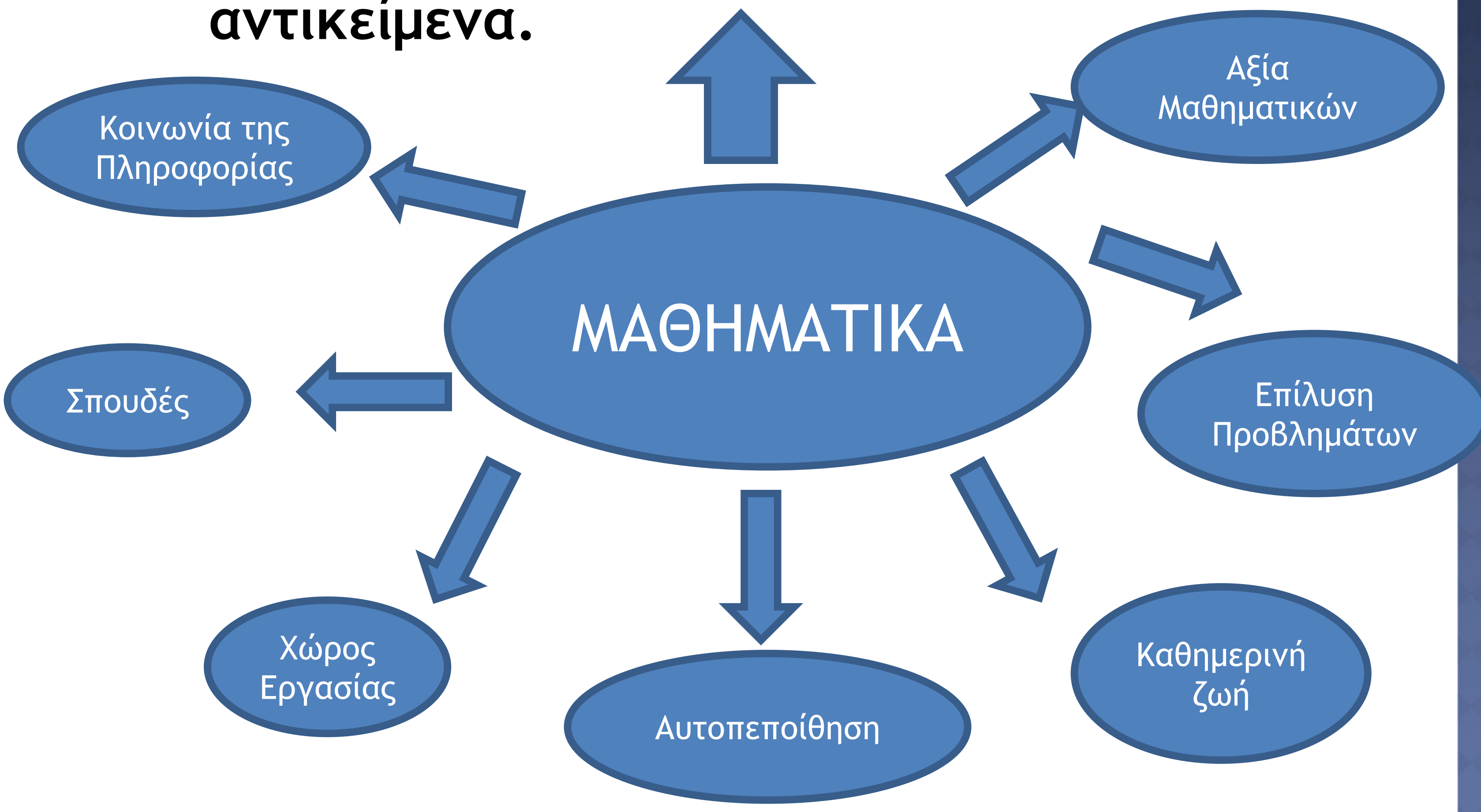
## ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2024-25

**Ομάδα Μαθηματικών:**

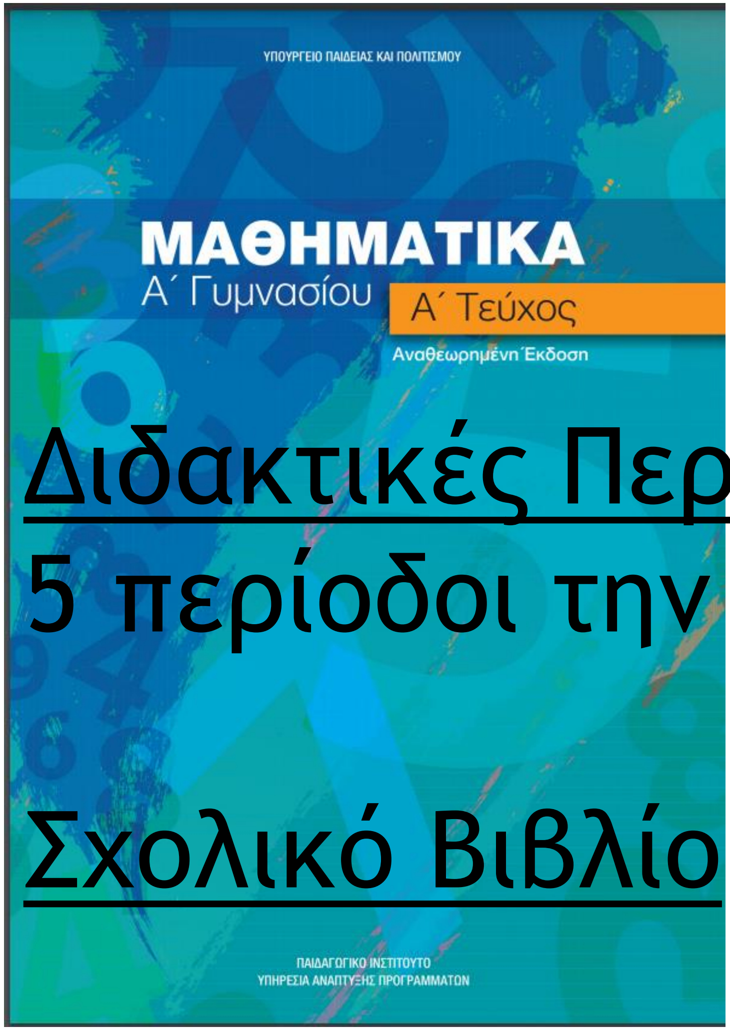
| | |
|---|---|
| **Πιερή Κυριάκου Ελένη** | **Α3, Α4** |
| **Μούζουρου Ελεάνα** | **Α1, Α2** |
| **Καλογήρου Δέσποινα** | **Α5, Α6** |

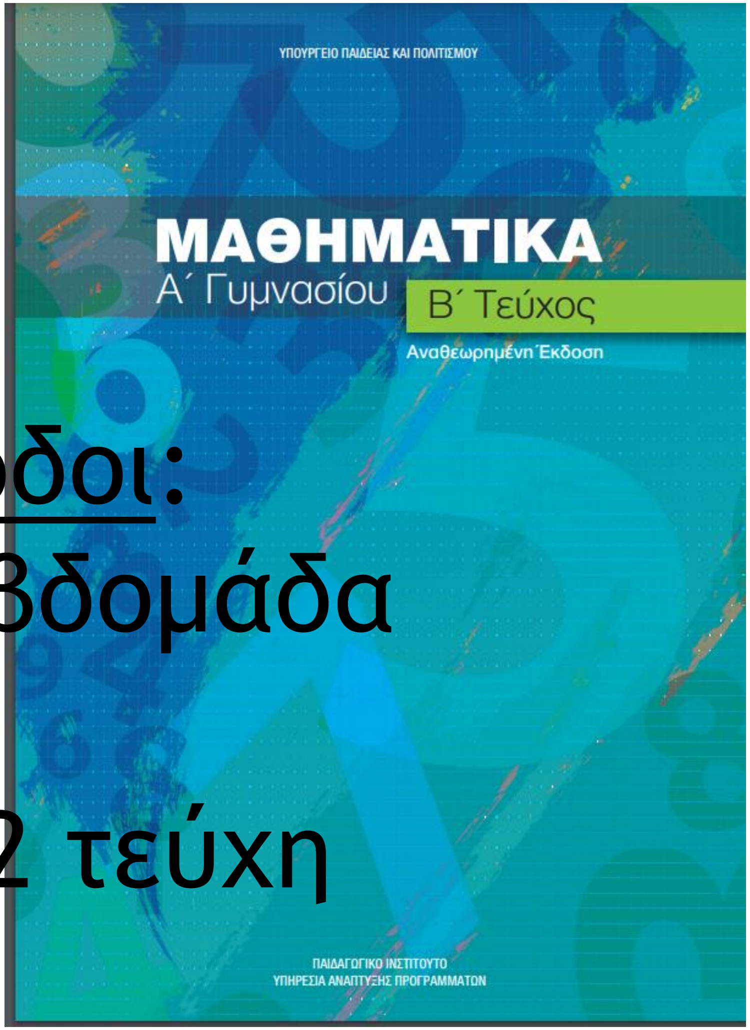
# ΣΤΟΧΟΙ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

- <u>Διαχρονικός Στόχος</u>: Η βελτίωση των αποτελεσμάτων των μαθητών μας στα βασικά αντικείμενα.



# ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ




Διδακτικές Περίοδοι:
5 περίοδοι την εβδομάδα

Σχολικό Βιβλίο: 2 τεύχη

Τα βιβλία είναι καταχωρημένα ηλεκτρονικά (e-book) στην ιστοσελίδα:

http://www.schools.ac.cy/eyliko/mesi/themata/mathimatika/ekp_yliko_a_gymnasiou.html

# ΠΩΣ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ:

## Τι θα μάθουμε…

ΕΝΟΤΗΤΑ 2

### Αριθμοί

**Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:**

- Να ορίζουμε τι είναι δύναμη ενός αριθμού και να υπολογίζουμε παραστάσεις με δυνάμεις, εφαρμόζοντας την προτεραιότητα των πράξεων.
- Να ορίζουμε τι είναι σύστημα αρίθμησης φυσικών αριθμών με οποιαδήποτε βάση και να μετατρέπουμε αριθμούς από το δυαδικό στο δεκαδικό σύστημα και αντίστροφα.
- Να επιλύουμε προβλήματα που αναφέρονται στο δυαδικό και στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης.
- Να μεταφράζουμε αλγεβρικά σύμβολα σε λεκτική μορφή και αντίστροφα.
- Να επιλύουμε εξισώσεις πρώτου βαθμού αλγεβρικά, χρησιμοποιώντας ποικιλία μεθόδων.
- Να συνδυάζουμε αλγεβρικές εκφράσεις με δύο ή περισσότερες μεταβλητές για την εξαγωγή συμπερασμάτων.
- Να επιλύουμε και να κατασκευάζουμε αριθμητικά και αλγεβρικά προβλήματα.
- Να βρίσκουμε τον επόμενο όρο ή τον όρο που λείπει σε μοτίβα, να περιγράφουμε λεκτικά τον κανόνα του μοτίβου και να εκφράζουμε τον νιοστό όρο σε λεκτική ή συμβολική μορφή.
- Να επεξηγούμε την προτεραιότητα και τις ιδιότητες των πράξεων αλγεβρικά και γεωμετρικά και να τις χρησιμοποιούμε, για να απλοποιούμε παραστάσεις με ακέραιους, δεκαδικούς και κλάσματα.
- Να κάνουμε εκτιμήσεις του αποτελέσματος μιας πράξης και να ελέγχουμε τη λογικότητα των απαντήσεών τους.

# ΕΧΟΥΜΕ ΜΑΘΕΙ …

## Έχουμε μάθει …

- Στην πρόσθεση αριθμών ισχύουν οι ιδιότητες:
  - **Αντιμεταθετική:** $\boldsymbol{\alpha + \beta = \beta + \alpha}$
  - **Προσεταιριστική:** $\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma = (\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)}$
- Το μηδέν είναι το **ουδέτερο στοιχείο** της πρόσθεσης. Δηλαδή,

$$\boldsymbol{\alpha + 0 = \alpha = 0 + \alpha}$$

- Στον πολλαπλασιασμό αριθμών ισχύουν οι ιδιότητες:
  - **Αντιμεταθετική:** $\boldsymbol{\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha}$
  - **Προσεταιριστική:** $\boldsymbol{(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)}$
  - **Επιμεριστική** ως προς την **πρόσθεση:**
    $\boldsymbol{\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma}$
    **Επιμεριστική** ως προς την **αφαίρεση:**
    $\boldsymbol{\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma}$
- Το **1** είναι το **ουδέτερο** στοιχείο του πολλαπλασιασμού. Δηλαδή,

$$\boldsymbol{1 \cdot \alpha = \alpha = \alpha \cdot 1}$$

- Όταν ένας αριθμός πολλαπλασιάζεται με το **0,** το γινόμενο ισούται με **0**:

$$\boldsymbol{0 \cdot \alpha = 0 = \alpha \cdot 0}$$

# Εξερεύνηση - Διερεύνηση

## Δυνάμεις

### Εξερεύνηση

Λέγεται ότι πριν από πολλά χρόνια στις Ινδίες ζούσε ένας αυτοκράτορας, ο Βέλχιμπ, του οποίου το βασίλειο ήταν τεράστιο. Ένας Βραχμάνος ιερέας, ο Σίσσα, επινόησε και πρόσφερε το σκάκι στον αυτοκράτορα, ο οποίος γοητεύθηκε τόσο πολύ που θέλησε να τον ευχαριστήσει με ένα δώρο.
Ο Σίσσα σκέφτηκε για λίγο και του απάντησε: «*Θέλω να μου δώσεις δύο σπυριά σιτάρι για το πρώτο τετράγωνο του σκακιού, τα διπλάσια για το δεύτερο και τα διπλάσια του προηγούμενου για κάθε επόμενο τετράγωνο*».
Ο αυτοκράτορας παραξενεύτηκε και θύμωσε για το φτηνό δώρο που ζήτησε ο Σίσσα και ζήτησε από τους αποθηκάριούς του να τού χαρίσουν το σιτάρι που ήθελε. Δεν μπόρεσε όμως να ξεπληρώσει την υπόσχεσή του.

✓ Γιατί δεν μπόρεσε να ξεπληρώσει την υπόσχεσή του ο αυτοκράτορας;

### Διερεύνηση

Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

| Τετράγωνο | Αριθμός σπυριών σιταριού | Αποτέλεσμα |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 2 |
| 2 | 2·2 | 4 |
| 3 | 2·2·2 | |
| 4 | | |
| ⋮ | | |
| 8 | | |
| 10 | | |
| ⋮ | | |
| 20 | | |
| ⋮ | | |
| 32 | | |
| ⋮ | | |
| 64 | | |

✓ Να περιγράψετε τον τρόπο με τον οποίο εργαστήκατε.

Για να παραχθεί αυτή η ποσότητα του σιταριού, η οποία είναι ένας τεράστιος αριθμός με 20 ψηφία, έπρεπε να σπείρουν 76 φορές όλη τη Γη!

Λέγεται ότι ο αυτοκράτορας, για να αποφύγει τη συμφωνία που έκανε, συμβουλεύτηκε τον σύμβουλό του, ο οποίος του είπε να καλέσει τον Σίσσα να μετρήσει ο ίδιος το σιτάρι που ζήτησε, καθώς δεν θα του έφταναν ούτε δύο ζωές, για να το μετρήσει.

# ΜΑΘΑΙΝΩ…

## Μαθαίνω

- Το γινόμενο $\underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \cdots \cdot \alpha}_{\nu\ \text{παράγοντες}}$, που αποτελείται από $\boldsymbol{\nu}$ παράγοντες ίσους με $\boldsymbol{\alpha}$, όπου $\nu > 1$, συμβολίζεται ως $\boldsymbol{\alpha^\nu}$ και ονομάζεται **δύναμη του $\alpha$ στη $\nu$** ή **νιοστή δύναμη του $\alpha$.**

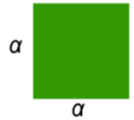
  Το $\boldsymbol{\alpha}$ ονομάζεται **βάση** της δύναμης και το $\boldsymbol{\nu}$ ονομάζεται **εκθέτης** της.

  *Παράδειγμα:*
  *Το γινόμενο $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ γράφεται ως $3^4$ και είναι ίσο με 81. Ο αριθμός 3 ονομάζεται βάση και ο αριθμός 4 εκθέτης της δύναμης.*

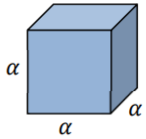
- Ορίζεται ότι:
  - $\boldsymbol{\alpha^1 = \alpha}$
  - $\boldsymbol{\alpha^0 = 1\ ,\ \alpha \neq 0}$

  *Παραδείγματα:*
  $2^0 = 1$ , $136^0 = 1$
  $5^1 = 5$ , $11^1 = 11$

Ειδικά:




- Το γινόμενο $\boldsymbol{\alpha \cdot \alpha} = \boldsymbol{\alpha^2}$ διαβάζεται και **α στο τετράγωνο,** καθώς μπορεί να αναπαραστήσει το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά $\boldsymbol{\alpha}$.

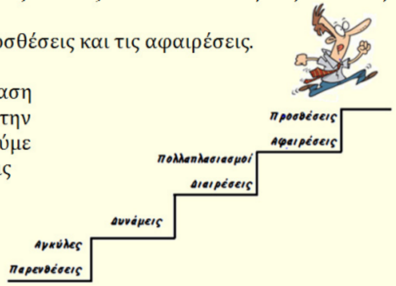



- Το γινόμενο $\boldsymbol{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha} = \boldsymbol{\alpha^3}$ διαβάζεται και **α στον κύβο,** καθώς μπορεί να αναπαραστήσει τον όγκο ενός κύβου με πλευρά $\boldsymbol{\alpha}$.

  *Παραδείγματα:*
  *Το τετράγωνο του αριθμού 7 είναι $7^2 = 49$*
  *Ο κύβος του αριθμού 3 είναι $3^3 = 27$*

- Η σειρά, με την οποία πρέπει να κάνουμε τις πράξεις σε μια αριθμητική παράσταση (**προτεραιότητα πράξεων**), είναι η ακόλουθη:
  - Πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις.
  - Στη συνέχεια, εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.
  - Τέλος, κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις.

Αν υπάρχουν στην παράσταση παρενθέσεις, τότε με βάση την προηγούμενη σειρά εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.




Όταν σε μια αριθμητική παράσταση υπάρχουν μόνο προσθέσεις και αφαιρέσεις, τότε εκτελούμε τις πράξεις με τη σειρά που εμφανίζονται από αριστερά προς τα δεξιά.

Το ίδιο και όταν υπάρχουν μόνο πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις.

# ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

## Παραδείγματα

1. Να γράψετε τις πιο κάτω δυνάμεις ως γινόμενο του ίδιου αριθμού και στη συνέχεια να τις υπολογίσετε:

   (α) $7^2$ (β) $5^4$

   (γ) $3^6$ (δ) Έξι στον κύβο

   **Λύση:**

   (α) $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$

   (β) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

   (γ) $3^6 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729$

   (δ) Έξι στον κύβο είναι: $6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$

2. Το byte είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται στην τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών, για να περιγράψει μια μικρή ποσότητα πληροφορίας που αποθηκεύεται στη μνήμη του υπολογιστή. Για παράδειγμα, για να αποθηκευτεί στη μνήμη του υπολογιστή ένας χαρακτήρας (γράμμα ή ψηφίο) χρειάζεται χωρητικότητα μνήμης 1 byte. Αν ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής αποθηκεύει πληροφορία που αντιστοιχεί σε 1 Kilobyte, να βρείτε πόσοι χαρακτήρες περιέχονται στην πληροφορία, αν ένα *Kilobyte ορίζεται ως* $2^{10}$ *bytes.*

Στην υπολογιστική υπάρχει το πλήκτρο

$x^y$

για τον υπολογισμό της δύναμης.

**Λύση:**

*Ένα Kilobyte ορίζεται ως* $2^{10}$ *bytes.*

*Για τον υπολογισμό της δύναμης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αριθμομηχανή.*

*Πληκτρολογούμε:*

2 $x^y$ 1 0 =

*Η απάντηση είναι* $2^{10} = 1024$.

*Άρα, το kilobyte περιέχει 1024 χαρακτήρες.*

# ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

## Δραστηριότητες

1. Να εξετάσετε ποιες από τις πιο κάτω παραστάσεις μπορούν να γραφούν υπό μορφή δύναμης με εκθέτη μεγαλύτερο του 1:

(α) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ (β) $4 \cdot 3 \cdot 5$

(γ) $2013 \cdot 2013 \cdot 2013$ (δ) $4 + 4 + 4$

(ε) $\beta \cdot \beta$ (στ) $\underbrace{2 + 2 + \cdots + 2}_{101 \text{ προσθετέους}}$

2. Να αναγνωρίσετε τη βάση και τον εκθέτη των πιο κάτω δυνάμεων και ακολούθως να υπολογίσετε τις δυνάμεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής:

(α) $7^2$ (β) $12^2$ (γ) $2^3$

(δ) $10^4$ (ε) $3^5$ (στ) $1^3$

(ζ) $1234^1$ (η) $5^0$ (θ) $2012^0$



Να εξετάσετε ποιοι από τους πιο κάτω αριθμούς μπορούν να γραφούν ως δύναμη, με εκθέτη μεγαλύτερο του 1:

(α) 32 (β) 49 (γ) 111 (δ) 1000

Να γράψετε καθένα από τους πιο κάτω αριθμούς ως δυνάμεις ενός φυσικού αριθμού, με τρεις διαφορετικούς τρόπους:

(α) 1 (β) 64 (γ) 81 (δ) 256

# ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ

## Δραστηριότητες Ενότητας

1. Να εξετάσετε κατά πόσο ο αριθμός 2 είναι λύση της εξίσωσης $3x + 4 = 14$.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

   (α) $40 + \alpha = 124$    (β) $5\psi = 120$

   (γ) $40 - x = 12$    (δ) $\omega : 5 = 22$

   (ε) $2a - 12 = 36$    (στ) $15 + 2\omega = 37$

   (ζ) $2(3 + x) = 16$    (η) $(5\beta + 3) : 12 = 4$

3. Να τοποθετήσετε τα κατάλληλα σύμβολα >, =, <, ώστε να προκύπτουν αληθείς σχέσεις:

   (α) $2^2$ ... $4^1$    (β) $12^2$ ... $5^3$

   (γ) $123^0$ ... $1^{12}$    (δ) $4^2$ ... $2^4$

   (ε) $5^2$ ... $2^5$    (στ) $4^2$ ... $1234^0$

4. Να γράψετε τους πιο κάτω αριθμούς ως δύναμη με δύο διαφορετικούς τρόπους:

   (α) 81    (β) 1000    (γ) 27

   (δ) 36    (ε) 144    (στ) 16

5. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

   (α) $122^1$    (β) $(12 - 12)^3$

   (γ) $(2 + 4)^2$    (δ) $3^2 + 2^4 : 4^1$

   (ε) $(4 + 2 - 1)^0$    (στ) $2^3 + 3^2 : (2 - 1)^2$

   (ζ) $5^2 - (2^2 + 1) : 4^0$    (η) $5^3 - 2 \cdot 3^2 + 7^0 \cdot 3^3$

# ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΕΜΠΛΟΥΤΙΣΜΟΥ

## Δραστηριότητες Εμπλουτισμού

1. Να βρείτε τον μικρότερο φυσικό αριθμό $\alpha$ για τον οποίο οι αριθμοί:
   (α) $\alpha,\ \alpha+1,\ \alpha+2$ είναι όλοι σύνθετοι,
   (β) $\alpha,\ \alpha+1,\ \alpha+2,\ \alpha+3$ είναι όλοι σύνθετοι.

2. Να βρείτε τον μικρότερο αριθμό που διαιρείται ταυτόχρονα με τους αριθμούς $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ και $10$.

3. Να βρείτε τρεις σύνθετους αριθμούς $\alpha, \beta$ και $\gamma$ που έχουν $ΜΚΔ$ το 1.

4. Σε έναν πίνακα είναι τυπωμένοι όλοι οι ακέραιοι από το 1 μέχρι και το 2006. Η Άννα υπογράμμισε όσους από αυτούς είναι πολλαπλάσια του 2, η Μαρία υπογράμμισε όσους από αυτούς είναι πολλαπλάσια του 3 και ο Νίκος υπογράμμισε όσους από αυτούς είναι πολλαπλάσια του 4. Πόσοι από αυτούς τους αριθμούς υπογραμμίστηκαν ακριβώς δύο φορές; *(Να επιλέξετε την ορθή απάντηση)*
   Α) 1003 Β) 668 Γ) 501 Δ) 334 Ε) 167

5. Να αποδείξετε ότι μεταξύ τριών διαδοχικών φυσικών αριθμών υπάρχει πάντα ένας που είναι πολλαπλάσιο του 3.

6. Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του $3^{20}$ διά το 5.

7. Να μελετήσετε πώς αποδεικνύεται η πιο κάτω Ιδιότητα των διαιρετών:

**Ιδιότητα:**
Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο φυσικό αριθμό, θα **διαιρεί** και τα **πολλαπλάσιά** του.

**Απόδειξη**
Ο $\alpha$ διαιρεί τον $\beta$, άρα υπάρχει φυσικός αριθμός $\lambda$, τέτοιος ώστε $\beta = \lambda \cdot \alpha$. Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη της ισότητας με $\kappa \in \mathbb{N}_0$ και έχουμε:
$\kappa \cdot \beta = \kappa \cdot (\lambda \cdot \alpha)$
$= (\kappa \cdot \lambda) \cdot \alpha$.
Άρα, ο αριθμός $\alpha$ διαιρεί το $\kappa \cdot \beta$, αφού $(\kappa \cdot \lambda)$ φυσικός αριθμός.
Δηλαδή, ισχύει ότι $\alpha \mid \kappa \cdot \beta$.

# ΑΠΟ ΠΟΥ ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΔΙΑΒΑΖΕΙ Ο ΜΑΘΗΤΗΣ

- Τετράδιο
- Σχολικό Βιβλίο

# Πως επιτυγχάνεται η απόκτηση γνώσης

Ο μαθητής χρειάζεται να:

- Προσέχει στο μάθημα
- Συμμετέχει ενεργά
- Ρωτά απορίες
- **Κάνει την κατ'οίκον εργασία καθημερινά**
- Κάνει έλεγχο και αυτοδιόρθωση

# ΓΙΑ ΝΑ ΜΕΛΕΤΗΣΩ ΣΩΣΤΑ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΡΕΠΕΙ:

- *Να μαθαίνω τη σχετική θεωρία*
- *Να διαβάζω τα **λυμένα** παραδείγματα του τετραδίου αλλά και του βιβλίου*
- *Να σημειώνω τυχόν **απορίες***
- ***Να προσπαθήσω** να λύσω τις ασκήσεις που έχω για κατ' οίκον εργασία:*

*1) Διαβάζω προσεκτικά την άσκηση μέχρι να καταλάβω τι λέει.*

*2) Κάνω σχήματα ή πράξεις για να κατανοήσω την άσκηση.*

*3) Αξιοποιώ τα δεδομένα της άσκησης.*

*4) Χρησιμοποιώντας τύπους ή στοιχεία από τη θεωρία λύνω την άσκηση.*

# «ΚΑΘΗΚΟΝΤΑ»

- **<u>Μαθητής:</u>**
  - Συνέπεια κατά την άφιξή του στην τάξη.
  - Παρουσία τετραδίου, βιβλίου, φυλλαδίων, γεωμετρικών οργάνων.
  - Ουσιαστική παρουσία του μαθητή - ενεργός στην τάξη, με ερωτήσεις, συμμετέχει, ακολουθεί οδηγίες, συνεργάζεται με τους συμμαθητές του.
  - Καθημερινή προετοιμασία στο σπίτι- ΟΧΙ ΜΟΝΟ ΣΤΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ.

## Καθηγητής:

- Διόρθωση , Επίλυση αποριών , επεξηγήσεις.
- Συντονισμός και διαβαθμισμένα διαγωνίσματα.

## Γονιός:

- **Να είναι θετικός και προς το μάθημα και προς το σχολείο.**
- Υποστηρικτικός και συμβουλευτικός ρόλος.
- Έλεγχος της Κατ' Οίκον Εργασίας.
- Δεν δίνει έτοιμες λύσεις, αλλά καθοδήγηση προς την απόκτηση της γνώσης.
- Θέτει τα όρια και το πλαίσιο στο οποίο το παιδί θα διαβάσει.

*«Σκοπός και σας και εμάς είναι να βοηθήσουμε τα παιδιά ώστε να έχουν θετική αυτοεικόνα και αυτοπεποίθηση με συνεχή θετική στήριξη και επιβράβευση για τα επιτεύγματά τους.»*

# ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

- Παρουσία στην τάξη- συμμετοχή.
- Κατ΄ οίκον εργασία- συγυρισμένες σημειώσεις.
- Γραπτώς

  (διαγωνίσματα σε ενότητα ή στο μάθημα τη μέρας)
- Ανάθεση μικρών εργασιών.

  (projects)

# Ευχαριστώ για την προσοχή σας!