

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ**

1. Ο ένας παράγοντας του πολυώνυμου  $2\chi^2 + 7\chi - 15$  είναι το  $2\chi - 3$ . Να βρείτε τον άλλο παράγοντα.

2. Να βρείτε τα αναπτύγματα:

1)  $(\chi - 3)^2$

2)  $(2\chi + \omega)^2$

3)  $(5\chi + 3\omega) \cdot (3\omega - 5\chi)$

4)  $(2\psi - 5)^3$

5)  $(-5\chi^3 - 2\psi)^2$

6)  $(\alpha - 3\beta^2 + 2)^2$

3. Να κάνετε τις πράξεις και μετά να βρείτε την αριθμητική τιμή του αποτελέσματος για  $\chi = -2$ .

$$(2\chi + 1)^3 - 2\chi(3\chi + 1) \cdot (3\chi - 1) - (3\chi - 2)^2$$

4. Αν  $\chi = \frac{1}{\psi}$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$$A = (5\chi - \psi)^2 - (5\chi - 3)(5\chi + 3) + 4\psi - (\psi + 2)^2$$

5. Αν  $2\chi + \phi = -5$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (2\chi - \phi)^2 + 7\chi\phi - \chi(2 - \phi) + 2\chi$$

6. Αν  $2\alpha - \beta = 7$  και  $\alpha\beta = 10$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = 4\alpha^2 + \beta^2$$

7. Αν  $\chi - \frac{3}{\chi} = 4$ , να δείξετε ότι:  $\chi^3 - \frac{27}{\chi^3} = 100$

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(3\alpha + 2\beta)^2 - 5(\alpha - 2\beta)(\alpha + 2\beta) - 3\beta(8\alpha + 5\beta) = (2\alpha - 3\beta)^2$$

9. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

1)  $4\chi + 4\psi + 8\omega$

2)  $3\chi - 3\psi - \omega\chi + \omega\psi$

3)  $9\chi^2 - 16\psi^2$

4)  $\chi^2 - \chi - 30$

5)  $25\chi^2 + 40\chi + 16$

6)  $\psi^3 - 25\psi$

7)  $-\psi^2 + 8\psi - 15$

10. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τα πολυώνυμα:

α.)  $\alpha(\alpha-2)-\beta(\beta-2)$

β.)  $\chi^2-6\chi+9-2\beta\chi+6\beta$

γ.)  $(\chi-3\omega)^2+(\chi-3\omega)-6$

δ.)  $\chi^2-6\psi-1-9\psi^2+4-4\chi$

ε.)  $16\chi^4-81\psi^4$

στ.)  $3\rho^2-3\omega^2-\omega^2-2\rho\omega-\rho^2$

ζ.)  $(\chi^2-6\chi+3)^2-(\chi-9)^2$

η.)  $\chi^2-6\chi\psi+9\psi^2-4\omega^2$

θ.)  $4(\chi-1)+9\chi^2(1-\chi)$

ι.)  $\alpha^2(\alpha-5)+(\alpha-5)(3\alpha-2)-25+\alpha^2$

11. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα:

1)  $\frac{\chi^2-25}{2\chi-10}$

2)  $\frac{5\alpha^2\beta-5\alpha\beta^2}{\alpha^3\beta-\alpha\beta^3}$

12. Να κάνετε τις πράξεις:

1)  $\frac{\chi\psi^2}{\chi^2+3\chi-18} \cdot \frac{4\chi+24}{\chi\psi}$

2)  $\frac{\chi^2-8\chi+12}{\chi^2-36} : \frac{3\chi-6}{\chi^2+5\chi-6}$

3)  $\frac{2\chi}{\chi^2-25} + \frac{1}{5-\chi} - \frac{3}{\chi^2+5\chi}$

4)  $\frac{3\chi^2-3}{\chi^3+\chi^2-2\chi} : \left( \frac{3}{\chi^2-4} + \frac{1}{\chi+2} \right)$

13. Να γίνουν απλά τα σύνθετα κλάσματα:

1)  $\frac{\frac{\chi-9\psi}{\psi} \cdot \frac{\psi}{\chi}}{\frac{\chi^2-6\chi}{\psi^2} + 9}$

2)  $\frac{\frac{\chi^2-16}{\chi^2+3\chi-4}}{\frac{\chi^2-4\chi}{\chi^2}}$

14. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A ( 2, -3 ) και έχει κλίση  $\lambda = 4$ .

15. Ποια είναι η εξίσωση της ευθείας :

1) που διέρχεται από τα σημεία ( 6, -1 ) και ( 3, 2 )

2) που διέρχεται από τα σημεία ( -5, 3 ) και ( 2, 3 )

3) που διέρχεται από τα σημεία ( 2, 4 ) και ( 2, -6 )

4) που περνά από το σημείο (3,-6) και είναι παράλληλη με την ευθεία  $3\chi - y = 5$

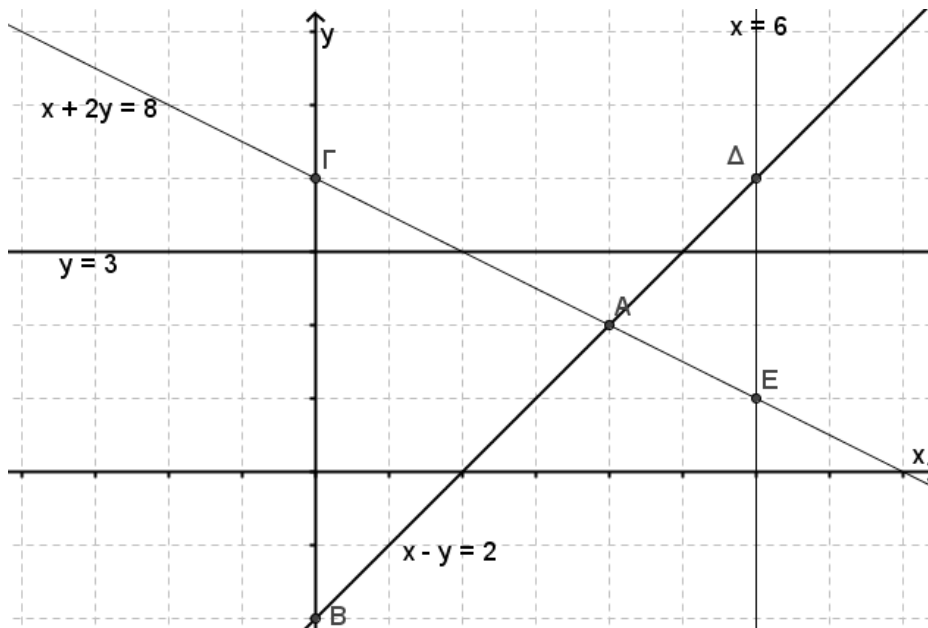
5) που περνά από το σημείο (-10,3) και κάθετη με την ευθεία  $y = 5\chi - 3$

16. Να βρεθεί ο  $\alpha$  ώστε οι ευθείες  $y = 2\chi - 5$  και  $y = (2\alpha - 7)\chi + 9$  να είναι :

1) παράλληλες.

2) κάθετες.

17. Δίνονται οι πιο κάτω γραφικές παραστάσεις:



1) Με τη βοήθεια των πιο πάνω γραφικών παραστάσεων να λύσετε τα πιο κάτω συστήματα :

i)  $x + 2y = 8$   
 $x - y = 2$

ii)  $y = 3$   
 $x - y = 2$

iii)  $x = 6$   
 $x + 2y = 8$

iv)  $y = 0$   
 $x + 2y = 8$

v)  $x = 0$   
 $x - y = 2$

2) Να αποδείξετε ότι εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι τετραπλάσιο από το εμβαδόν του τριγώνου AΔΕ.

18. Δίνεται η ευθεία  $(\lambda + \mu)x + (2\mu - \lambda)y = 3$ . Να βρεθούν οι αριθμοί  $\lambda$  και  $\mu$  ώστε η πιο πάνω ευθεία να διέρχεται από τα σημεία  $(2,5)$  και  $(-1,-7)$ .

19. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + (a + \beta)x + 2a + \beta = 4$ . Να βρείτε τους αριθμούς  $a$  και  $\beta$  ώστε η εξίσωση να έχει λύσεις τους αριθμούς  $2$  και  $-3$ .

20. Δίνεται το πολυώνυμο  $f(x) = x^3 + ax^2 + \beta x - 6$ . Αν ισχύει ότι  $f(-1) = 0$   $f(2) = 0$  να βρείτε τις τιμές των  $a$  και  $\beta$ .

21. Να λύσετε τα συστήματα:

1)  $x - y = 9$   
 $x + y = 13$

2)  $3x - y = 12$   
 $2x + 3y = 19$

3)  $2\alpha - 3\beta = -6$   
 $\alpha - 2\beta = -5$

4)  $3\varphi + 5\omega = 50$   
 $4\varphi + 3\omega = 41$

5)  $\frac{2x}{5} - \frac{y}{3} = \frac{8}{3}$

6)  $\frac{4}{x} + \frac{3}{y} = 17$

$x = 2(y + 1)$

$\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 12$

ζ)  $3\chi + \psi = 7$   
 $-15\chi = 5\psi - 37$

η)  $\frac{5\chi - 1}{4} + \frac{\psi}{2} = \frac{2\chi}{3}$   
 $6\chi - 3(\chi - 2\psi) = 2\psi + 7$

**Σε κάθε ένα από τα πιο κάτω προβλήματα 22-25 να φτιάξετε ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους, ακολούθως να το λύσετε και να απαντήσετε.**

22. Σε μια κατασκήνωση υπάρχουν 260 παιδιά, τα οποία μένουν σε 50 σκηνές των 4 ατόμων και 6 ατόμων. Αν όλες οι σκηνές είναι γεμάτες να βρείτε πόσες είναι οι σκηνές των 4 ατόμων και 6 ατόμων.

23. Ο κερματοδέκτης ενός μηχανήματος πώλησης αναψυκτικών δέχεται κέρματα του ενός ευρώ και δύο ευρώ. Όταν ανοίχτηκε, διαπιστώθηκε ότι περιείχε 80 κέρματα συνολικής αξίας 95 ευρώ. Πόσα κέρματα από κάθε είδος υπήρχαν;

24. Το άθροισμα των ψηφίων ενός διψήφιου αριθμού είναι 15. Αν εναλλάξουμε τη θέση των ψηφίων του, παίρνουμε αριθμό μικρότερο του αρχικού κατά 27. Να βρείτε τον αρχικό αριθμό.

25. Σε ένα τηλεοπτικό παιχνίδι σε κάθε παίκτη υποβάλλονται 10 ερωτήσεις και για κάθε σωστή απάντηση προστίθενται βαθμοί, ενώ για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρούνται βαθμοί. Κάποιος παίκτης έδωσε 7 σωστές απαντήσεις και συγκέντρωσε 52 βαθμούς ενώ κάποιος άλλος απάντησε σωστά 4 ερωτήσεις και πήρε 4 βαθμούς συνολικά. Πόσους βαθμούς παίρνει για κάθε σωστή απάντηση και πόσους βαθμούς του αφαιρούνται για κάθε λανθασμένη απάντηση;

26. Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(1,4), B(-2,5) και Γ(-1,3) .

- 1) Να υπολογίσετε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου.
- 2) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- 3) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΓΔ του τριγώνου.
- 4) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

27. Να λύσετε τις εξισώσεις:

1)  $\chi^2 - 8\chi = 0$

2)  $\chi^2 - 64 = 0$

3)  $\chi^2 - 2\chi = 15$

4)  $(\chi + 5)(\chi^2 - 2\chi - 3)(2\chi - 5) = 0$

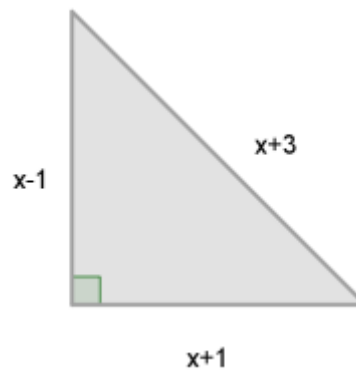
5)  $3\chi^2 + 4\chi - 7 = 0$

6)  $25\psi^2 - 20\psi + 4 = 0$

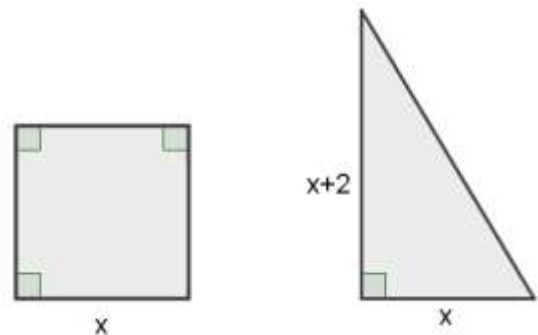
ζ)  $3\chi^2 = 3\chi - 7$

η)  $\chi(3\chi - 8) = -5$

28. Να βρείτε τη τιμή του  $\chi$  στο διπλανό σχήμα.



29. Το ορθογώνιο τρίγωνο και το τετράγωνο του διπλανού σχήματος έχουν το ίδιο εμβαδόν. Να υπολογίσετε το  $\chi$ .



30. Αν η εξίσωση  $(\chi - \mu)^2 + 5(\chi - \mu) + 6 = 0$  έχει ρίζα τον αριθμό 5, να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $\mu$  αν το  $\mu$  είναι άρτιος αριθμός.

31. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$1) \frac{x-2}{x} + \frac{4}{x-2} = \frac{8}{x^2-2x}$$

$$2) \frac{y+2}{y} = \frac{y+3}{y+4} - \frac{4}{y^2+4y}$$

$$3) \frac{3}{y+5} - \frac{y}{y-5} = \frac{y^2+25}{25-y^2}$$

$$4) \frac{2x}{y^2+y} = 1 - \frac{2}{y+1}$$

$$5) \frac{\rho}{\rho-1} + \frac{6}{\rho^2-1} = 4$$

$$6) \frac{3}{\omega^2-3\omega-4} = \frac{2\omega+5}{\omega^3+2\omega^2+\omega} + \frac{4}{\omega^2-4\omega}$$

$$7) \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 - 4\frac{x+1}{x-1} + 3 = 0$$

$$8) \frac{3}{\kappa+2} = \frac{2}{\kappa} + \frac{\kappa-4}{\kappa^2+2\kappa}$$

32. Σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις να κυκλώσετε το γράμμα Σ, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Λ, αν ο ισχυρισμός είναι ψευδής.

1) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα .	Σ	Λ
2) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.	Σ	Λ
3) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, και έχουν μια γωνία αντίστοιχα ίση τότε απαραίτητα θα είναι ίσα.	Σ	Λ
4) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία τους ίση μία προς μία, και έχουν μια κάθετη πλευρά τους αντίστοιχα ίση τότε απαραίτητα θα είναι ίσα.	Σ	Λ

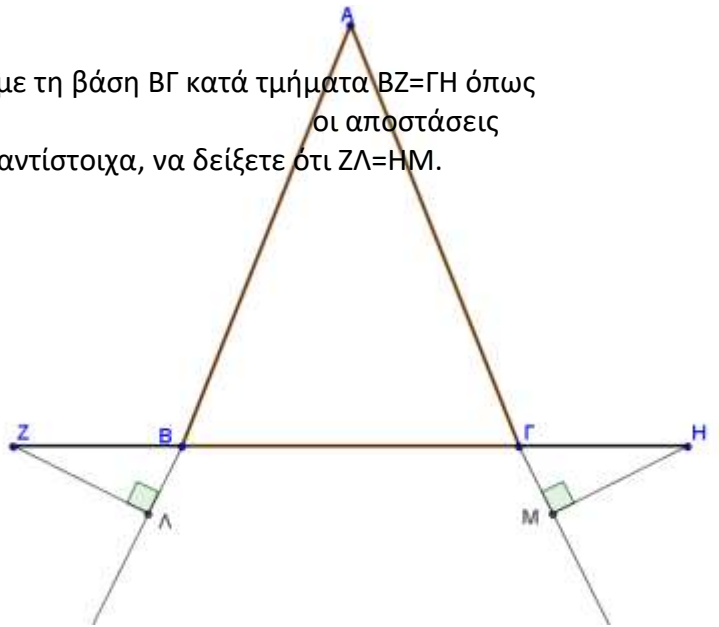
33. Να δείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η διάμεσος ΑΔ είναι ύψος και διχοτόμος.

34. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Αν Μ και Λ είναι μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα να δείξετε ότι :

1) ΒΛ=ΓΜ

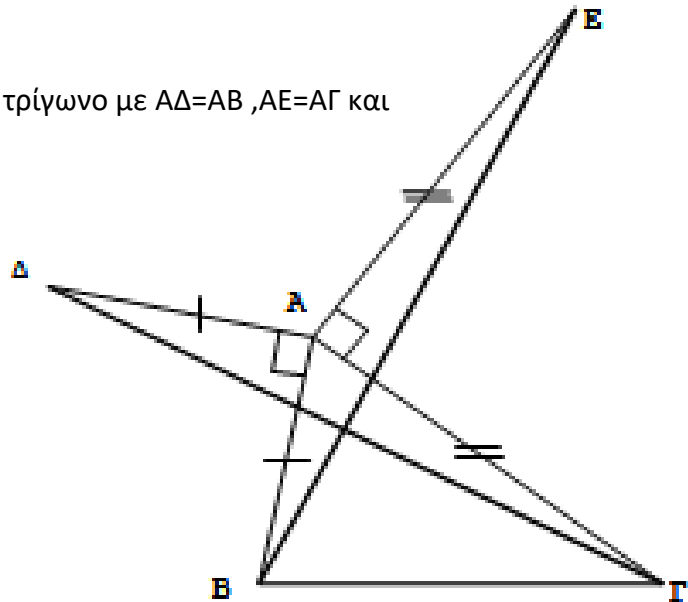
2) Τα Μ και Λ απέχουν ίση απόσταση από την πλευρά ΒΓ.

35. Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ) προεκτείνουμε τη βάση  $B\Gamma$  κατά τμήματα  $BZ=GH$  όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν  $Z\Lambda$  και  $HM$  είναι οι αποστάσεις των σημείων  $Z$  και  $\Lambda$  από τις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα, να δείξετε ότι  $Z\Lambda=HM$ .

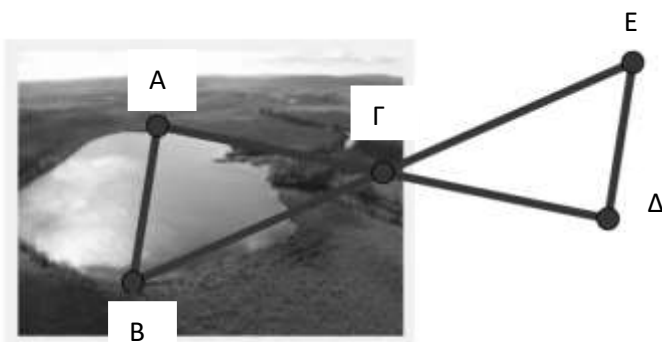


36. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ). Αν  $K, \Lambda, M$  είναι μέσα των πλευρών  $AB, B\Gamma, A\Gamma$  αντίστοιχα να δείξετε ότι  $\Lambda K = \Lambda M$ .

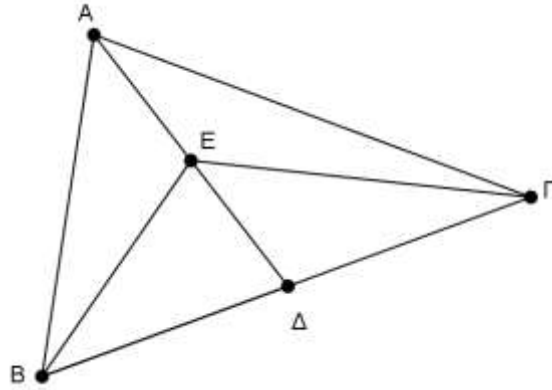
37. Στο διπλανό σχήμα το  $AB\Gamma$  είναι τυχαίο τρίγωνο με  $A\Delta = AB$ ,  $A\epsilon = A\Gamma$  και  $A\Delta \perp AB$ ,  $A\Gamma \perp A\epsilon$ . Να δείξετε ότι  $\Gamma\Delta = BE$ .



38. Προκειμένου ένας τοπογράφος μηχανικός να μετρήσει το πλάτος μιας λίμνης, τοποθέτησε δύο δείκτες (σημεία)  $A$  και  $B$  στις όχθες της λίμνης και ένα τρίτο δείκτη (σημείο)  $\Gamma$  στη ξηρά, ώστε να μπορεί να μετρήσει τις αποστάσεις  $\Gamma A$  και  $\Gamma B$ . Κατόπιν, στην προέκταση των ημιευθειών  $A\Gamma$  και  $B\Gamma$  πήρε τα ευθύγραμμα τμήματα  $\Gamma\Delta = \Gamma A$  και  $\Gamma\epsilon = \Gamma B$ . Ο τοπογράφος μέτρησε την απόσταση των  $\Delta\epsilon$  και ισχυρίστηκε ότι είναι ίση με το πλάτος  $AB$  της λίμνης. Να δικαιολογήσετε γιατί ο ισχυρισμός του τοπογράφου είναι σωστός.



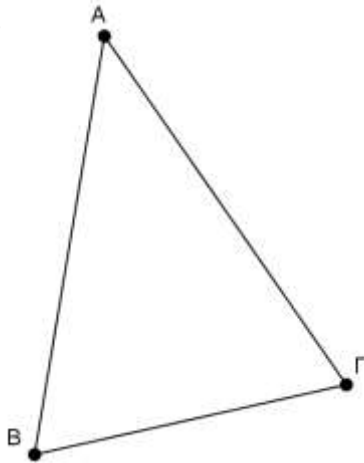
39. Στο πιο κάτω σχήμα  $AB\Gamma$  είναι τυχαίο τρίγωνο, το σημείο  $E$  είναι το μέσο του  $A\Delta$  και  $BE=BD=\Delta\Gamma$ . Να δείξετε ότι  $AB=EF$ .



40. Δίνετε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB=AG$ ). Να προεκτείνετε τις ίσες πλευρές του  $AB$  και  $AG$  κατά τμήματα  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  αντίστοιχα, έτσι ώστε  $B\Delta=\Gamma E$ .

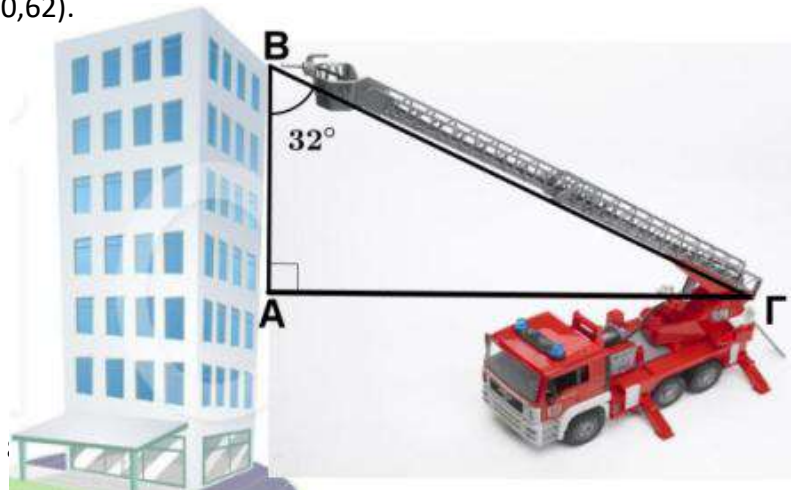
α.) Να αποδείξετε ότι  $BE=\Gamma\Delta$

β.) Αν  $K$  είναι το σημείο τομής των  $BE$  και  $\Gamma\Delta$  να δείξετε ότι το τρίγωνο  $\Delta KE$  είναι ισοσκελές.



41. Στο διπλανό σχήμα σκάλα του πυροσβεστικού οχήματος έχει μήκος  $B\Gamma=25m$  και σχηματίζει γωνία  $B=32^\circ$  με την οροφή του κτηρίου. Να υπολογίσετε την απόσταση  $A\Gamma$  του πυροσβεστικού οχήματος από το κτήριο.

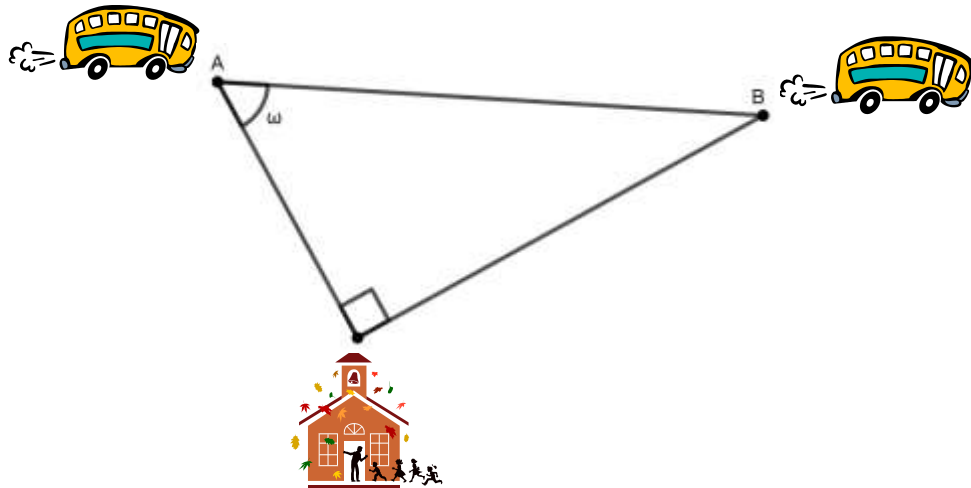
Δίνονται:  $\eta\mu 32^\circ \cong 0,53$ ,  $\sigma\upsilon\nu 32^\circ \cong 0,85$ ,  $\epsilon\phi 32^\circ \cong 0,62$ .



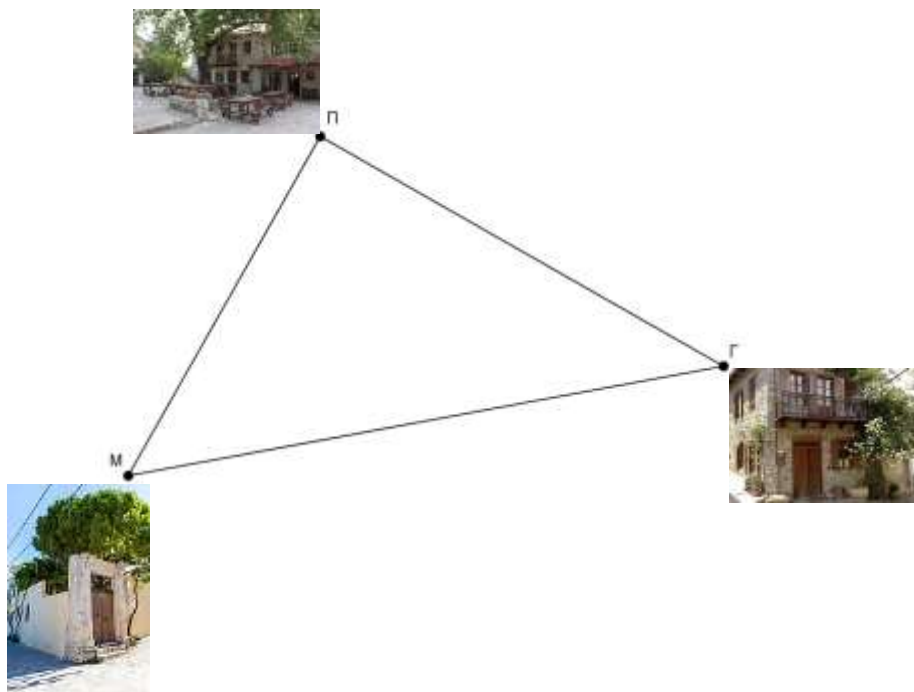


42. Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $\triangle EZ$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) δίνεται ότι  $\eta\mu E = \frac{12}{13}$ . Να υπολογίσετε το  $\eta\mu Z$  και το  $\epsilon\varphi Z$  (χωρίς υπολογιστική μηχανή).

43. Το λεωφορείο B απέχει από το λεωφορείο A 15km. Αν το λεωφορείο B απέχει από την εκκλησία 13km να βρείτε κατά προσέγγιση ακεραίου την γωνία  $\omega$ .



44. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι δρόμοι που συνδέουν τα σπίτια του Γιάννη (σημείο Γ), του Μιχάλη (σημείο Μ) και την πλατεία του χωριού (σημείο Π). Ξέρουμε ότι οι δύο δρόμοι που οδηγούν στην πλατεία είναι κάθετοι μεταξύ τους και ότι η απόσταση από το σπίτι του Μιχάλη μέχρι την πλατεία του χωριού είναι 40m. Αν η γωνία  $\hat{M} = 50^\circ$  να βρείτε, κατά προσέγγιση ακεραίου, την απόσταση από το σπίτι του Γιάννη μέχρι την πλατεία του χωριού και την απόσταση μεταξύ των σπιτιών των δύο αγοριών.



45. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο  $\triangle AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) ισχύει η πιο κάτω σχέση.

$$\epsilon\varphi B \cdot \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\eta\mu B} = 1$$